

METODE ITERASI TIGA LANGKAH UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN NONLINEAR DENGAN MENGGUNAKAN MAPLE

Deasy Wahyuni¹, Elisawati²
Sekolah Tinggi Manajemen Informatika dan Komputer (STMIK) Dumai
Email : Deasywahyuni1@gmail.com¹, elisawati06@gmail.com²

Abstract

This journal discusses the results of numerical simulations to compare more iterations of the Newton Method, VNM Method, Hasanov Method and Three-Step Iteration Method which are a combination of the Newton method, VNM method, and Hasanov Method. To make it easier for researchers to find the roots of non-linear equations, this simulation uses one of the mathematical program applications, Maple.

Keywords: Maple, Newton method, hasanov method and Newton Method Variant (VMN)

1. PENDAHULUAN

Mencari akar-akar dari persamaan nonlinear

$$f(x)=0 \quad \dots(1.1)$$

Merupakan hal yang umum dan sangat penting di dalam sains dan teknologi. Dalam menyelesaikan persamaan nonlinear dapat dilakukan dengan analitik dan numerik. Metode analitik dalam menentukan akar persamaan nonlinear terkadang mengalami kesulitan dalam menggunakannya. Oleh karena itu satu hal yang mungkin adalah dengan mendapatkan solusi aproksimasi yang mana solusi ini bergantung pada teknik numerik yang berdasarkan metode iterasi.

Salah satu metode numerik yang sering digunakan dalam pencarian akar adalah metode Newton. Metode ini paling sering digunakan karena sangat efisien dan kekonvergenannya kuadratik atau konvergen berorde dua. Secara umum bentuk iterasi metode Newton adalah :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad f'(x_n) \neq 0, \quad n = 0,1,2,\dots \quad \dots(1.2)$$

Dengan semakin berkembangnya ilmu pengetahuan metode Newton pun telah mengalami berbagai modifikasi. Salah satunya adalah metode hasanov dan Varian Metode Newton (VMN). Kedua metode ini memiliki kekonvergenan yang lebih tinggi dari pada metode newton.

Selanjutnya untuk mengembangkan metode newton, metode hasanov dan Varian Metode Newton (VMN) di temukanlah sebuah Metode Iterasi Tiga Langkah. Dimana metode ini merupakan gabungan dari metode newton, metode hasanov dan Varian Metode Newton (VMN).

2. TINJAUAN PUSTAKA

Metode Iterasi

- a. Metode Newton(Atkinson, 1989)

Bentuk Umum dari metode Newton adalah :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad f'(x_n) \neq 0, \quad n = 0,1,2,\dots, \quad \dots(2.1)$$

- b. Metode VMN (Weerakon, S. and Fernando, 1998)

Bentuk Umum dari Persamaan VMN adalah :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)}{[f'(x_n) + f'(x_{n+1})]}, n = 0,1,2,\dots \quad \dots(2.2)$$

c. Metode Hasanov (Cheney, W. and Kincaid, D. 1994)

Bentuk Umum dari Persamaan Hasanov adalah :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{6f(x_n)}{f'(x_{n+1}^*) + 4f'(x_{n+1}^{**}) + f'(x_n)} \quad \dots(2.3)$$

$$\text{dimana : } x_{n+1}^* = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad \text{dan} \quad x_{n+1}^{**} = x_n - \frac{f(x_n)}{2f'(x_n)}$$

3. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode newton, metode VNM metode hasanov. Penggabungan dari ketiga metode tersebut inilah yang dinamakan metode iterasi tiga langkah. Yang mana bentuk Persamaan Metode Iterasi Tiga Langkah tersebut adalah :

$$z_n = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad f'(x_n) \neq 0 \quad \dots(3.1)$$

$$y_n = x_n - \frac{2f(x_n)}{f'(x_n) + f'(z_n)} \quad \dots(3.2)$$

$$x_{n+1} = y_n - \frac{6f(y_n)}{f'(y_n) + 4f'\left(\frac{z_n + y_n}{2}\right) + f'(z_n)} \quad \dots(3.3)$$

Untuk menemukan solusi yang dekat ke hampiran akar dari suatu persamaan nonlinear dengan menggunakan Metode Iterasi Tiga Langkah maka diperlukan beberapa tahapan, yang mana tahapan atau langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut :

Langkah 1: menentukan Solusi z_n dari persamaan (3.1)

Langkah 2: Hasil dari persamaan (3.1) disubstitusikan pada persamaan (3.2)

Langkah 3 : Hasil dari Persamaan (3.2) di substitusikan ke persamaan (3.3)

Demikian selanjutnya sampai solusi mendekati akar dengan error yang sangat kecil

4. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai simulasi numerik dengan menggunakan program Maple.

4.1 Metode Iterasi Tiga Langkah

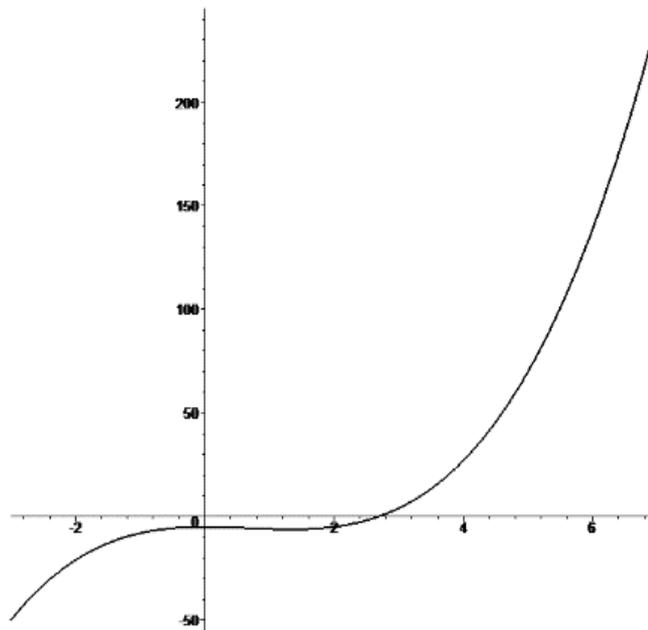
Dalam metode ini untuk menemukan akar dari persamaan (3.1), (3.2) dan (3.3) digunakan beberapa langkah. Yaitu dengan menggabungkan metode Newton, metode VMN dan metode Hasanov, yang formulanya telah dijelaskan pada Bab III diatas.

4.2 Simulasi Numerik

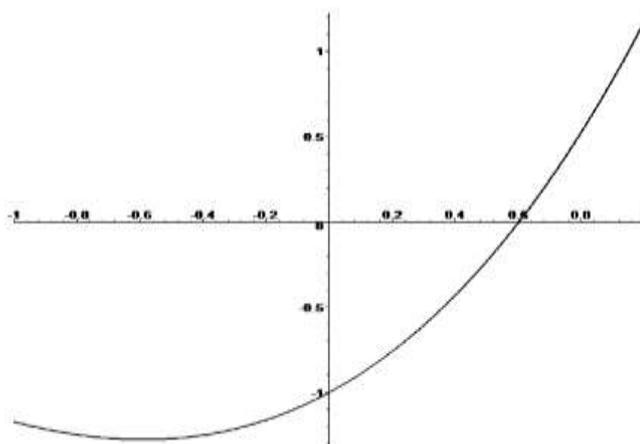
Pada subbab ini akan dilakukan simulasi numerik untuk melihat perbandingan Metode Iterasi Tiga langkah dengan Metode Newton, VNM dan Hasanov dengan menggunakan program Maple 13. Persamaan nonlinear yang dibandingkan adalah:

1. Fungsi Polinomial: $f_1(x) = x^3 - 2x^2 - 5$
2. Fungsi Trigonometri: $f_2(x) = e^x - 1 - \cos(x)$
3. Fungsi Polinomial: $f_3(x) = x^{10} - 1$
4. Fungsi Trigonometri: $f_4(x) = \sin(x)$
5. Fungsi Eksponensial: $f_5(x) = e^x - 3x^2$

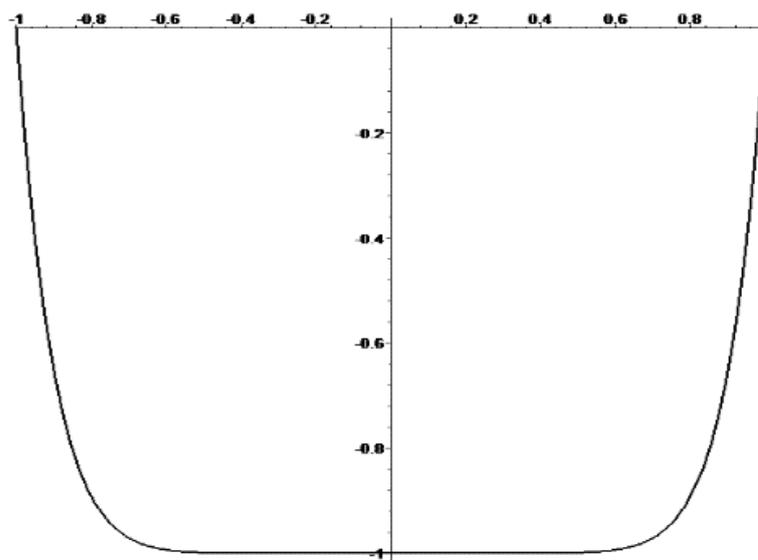
Grafik fungsi pada contoh dapat dilihat pada Gambar 4.1-4.5. Grafik ini memperlihatkan perpotongan dengan sumbu x yang menunjukkan akarnya.



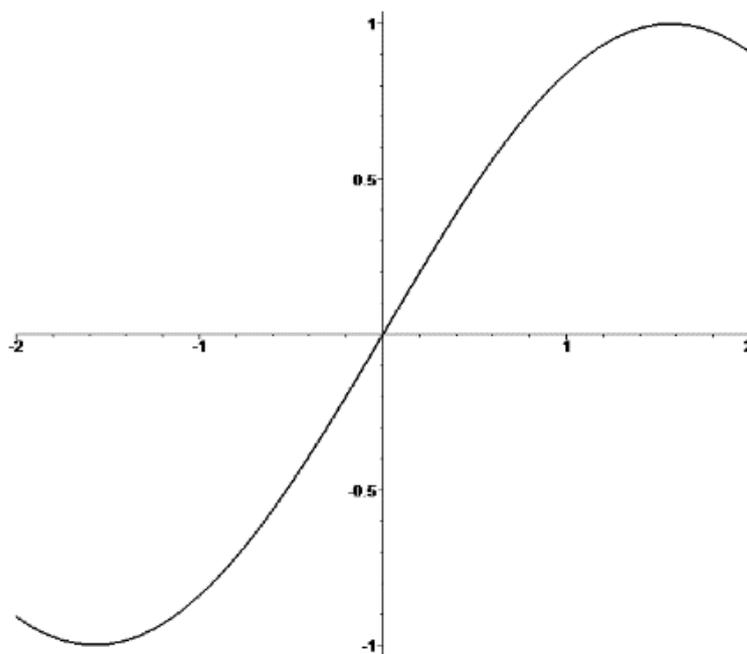
Gambar 4.1: Grafik fungsi $f_1(x) = x^3 - 2x^2 - 5$



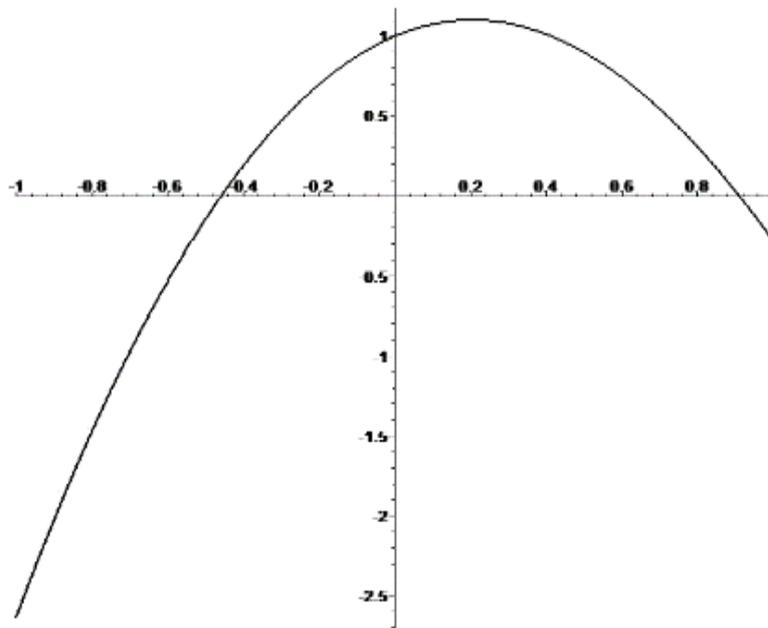
Gambar 3.2: Grafik fungsi $f_2(x) = e^x - 1 - \cos(x)$



Gambar 4.3: Grafik fungsi $f_3(x) = x^{10} - 1$



Gambar 4.4: Gambar grafik $f_4(x) = \sin(x)$



Gambar 4.5: Gambar grafik $f_5(x) = e^x - 3x^2$

Untuk kriteria pemberhentian komputasi digunakan $|x_{n+1} - x_n| < Tol$ atau $\max |f(x_n)| < eps$ dengan batas *error* yang diberikan yaitu 1.0×10^{-18} , sedangkan jumlah iterasi maksimum adalah sebanyak 100 kali.

Tabel 4.2. Tabel Perbandingan Hasil Iterasi Metode Newton, VMN, Hasanov dengan Metode Iterasi Tiga Langkah

No	x_0	Akar	Iterasi				Error			
			N	VM N	H N	IT L	N	VNM	HN	ITL
1	2	2.69064744 80286138	8	5	5	4	9.733322 94e-39	1.213219 01e-21	2.808270 09e-24	2.449839 44e-48
2	0.3	0.60134676 77258198	7	5	5	3	1.123512 78e-46	1.402485 49e-56	5.978479 07e-59	1.375747 31e-25
3	1.2	1.00000000 00000000	9	6	6	4	7.246003 22e-57	7.008465 69e-47	5.940873 29e-54	7.266709 20e-45
4	0.5	0.00000000 00000000	5	3	3	2	5.916902 53e-43	1.091778 61e-15	1.091778 61e-15	1.528297 09e-08
5	0.1	0.45896226 75369485	9	6	6	4	1.710156 80e-32	3.157294 41e-29	3.207313 15e-30	1.515101 10e-18

Jika dilihat kekonvergenan pada contoh 1 sampai 5 kekonvergenan dari Iterasi Tiga Langkah lebih cepat dalam menemukan akar persamaan nonlinear dibandingkan dengan metode Newton, VMN dan Hasanov.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa metode iterasi Baru Tiga Langkah ini lebih cepat dalam menemukan akar persamaan nonlinear.

5.2. Saran

Pada jurnal ini digabungkan tiga metode Iterasi yang merupakan bagian dari metode Iterasi lainnya. Untuk simulasi Numerik pada metode ini juga dapat digunakan dengan aplikasi lain yang pernah ada.

6. DAFTAR PUSTAKA

- Atkinson, K. . (1989) 'Atkinson, K.E. 1989. Elementary of Numerical Analysis, seconded. John Wiley and Son, New York', *Elementary of Numerical Analysis, seconded*, (John Wiley and Son, New York).
- Cheney, W. and Kincaid, D. (1994) 'Numerical Mathematics and Computer Third ed', *Numerical Mathematics and Computer Third ed*, (Brooks / Cole Publishing Company).
- Weerakon, S. and Fernando, T. G. . (1998) 'A Variant of Newton's Method with Accelerated Third-Order Convergence', *A Variant of Newton's Method with Accelerated Third-Order Convergence*, (Department of Mathematics, University of Sri Jayewardenepura).
- A. Rafiq, S. Hussain, F. Ahmad, M. Awais, and F. Zafar, "An efficient three-step iterative method with sixth-order convergence for solving nonlinear equations," *Int. J. Comput. Math.*, vol. 84, no. 3, pp. 369–375, 2007.