

Implementasi Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO) Dan Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA) Untuk Pencarian Nilai Maksimum Pada Permasalahan Quadratic Programming (QP)

Lipantri Mashur Gultom
Program Studi Teknik Informatika, Politeknik Negeri Bengkalis
lipantri@polbeng.ac.id

Abstract

This research focuses on the use of quadratic programming (QP) in finding the maximum value by using Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO) as qubit pre-processing and then proceeding with finding the optimum value with the Approximate Optimization Algorithm (QAOA). from the results of research with QAOA obtained 62 qubits with 3 evaluations at the final stage and also obtained a maximum value of 2,769.13 with details of the machine cycle time value of 13 nano seconds, the minimum value of main memory 1,270 kilobytes, the maximum value of main memory 63,637 kilobytes, cache memory value 154 kilobytes, the minimum channel value is 29 units and the maximum channel value is 137 units.

Keywords : Quadratic Programming, Quadratic Unconstrained Binary Optimization, Approximate Optimization Algorithm

1. PENDAHULUAN

Quadratic Programming (QP) merupakan suatu metode dalam pemecahan masalah optimasi dengan merancang fungsi tujuan dalam bentuk fungsi kuadrat dari beberapa variabel keputusan serta menggunakan variabel kendala dalam bentuk fungsi linier. Selain digunakan untuk pemecahan masalah optimasi pada fungsi linier, QP juga dapat digunakan pada beberapa permasalahan fungsi non-linier namun pencarian solusi optimumnya jauh lebih sulit karena fungsi tujuan dan kendala dapat berupa berbagai bentuk. Selain itu, permasalahan QP sangat penting dalam berbagai bidang praktis dengan pendekatan komputasi klasik, seperti penentuan proporsi dana dalam memperoleh keuntungan maksimum dari beberapa kombinasi proporsi beberapa saham menggunakan model portofolio (Adiwiguna, 2019) serta pengoptimalan hasil produksi dari berbagai jenis tanaman pangan (Insani, 2017)(Safani, 2020).

Selain pemecahan masalah optimasi dengan pendekatan komputasi klasik ternyata *Quadratic Programming (QP)* juga dapat digunakan dengan pendekatan komputasi kuantum (Glover, 2019). Akan tetapi dalam proses penentuan fungsi tujuan dan kendala diperlukan transformasi qubit (Lewis, 2017). Pada tahap ini *Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO)* sangat penting peranannya karena QUBO menggunakan fungsi Hamiltonian yang merupakan konsep dasar dalam mekanika kuantum. QUBO sering digunakan dalam pemecahan masalah NP-Hard dimana waktu penyelesaiannya bersifat polinomial. Misalnya pada bidang teknik elektro yaitu pengoptimalan konfigurasi distribusi jaringan tenaga listrik (Silva, 2021), pada bidang komputasi yaitu perhitungan yang efisien dari kumpulan data dalam skala besar serta berbagai topik khusus pada pembelajaran mesin (Date, 2021)(Akrobotu, 2021).

Setelah itu pengoptimalan yang dilakukan juga harus sesuai dengan pendekatan komputasi kuantum. *Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA)* digunakan pada tahap ini karena memiliki rasio perkiraan yang lebih baik daripada algoritma klasik dalam waktu polinomial (Dalzell, 2020)(Behera, 2020). Sedangkan konsep dasar dari QAOA menggunakan operator *unitary* dimana operator ini diimplementasikan secara iteratif pada suatu keadaan tertentu yang disebut superposisi kuantum. Pada pemecahan masalah optimasi QP, QAOA sangat bergantung pada rasio variabel kendala sebagai batasan pemecahan masalah

untuk meminimalkan fungsi tujuan yang diinginkan (Crooks, 2018)(Zhou, 2020). Sedangkan dalam penelitian ini akan difokuskan pada pencarian nilai maksimum dari data kinerja *Central Processing Unit* (CPU) (<https://archive.ics.uci.edu/ml/index.php>) dimana akan dirancang fungsi tujuan dan kendala sesuai dengan pendekatan komputasi kuantum.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Quadratic Programming (QP)

Konsep dasar dari QP (Adiwiguna, 2019) menemukan vektor n berdimensi x dengan persamaan

$$\min f(x) = c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x \quad (1)$$

dengan kendala

$$Ax \leq b,$$

dimana c merupakan vektor dari bilangan nyata berdimensi n , Q merupakan matriks simetris $n \times n$, A merupakan matriks $m \times n$ sedangkan b merupakan vektor dari bilangan nyata berdimensi m . Dengan tujuan pengoptimalan (minimal atau maksimal) dari fungsi kuadrat *non-linier*.

2.2 Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO)

QUBO merupakan metode pengoptimalan dalam penyelesaian masalah kombinatorial pada komputasi kuantum. Sekarang ini, QUBO sedang dieksplorasi lebih intens oleh beberapa organisasi riset komputasi kuantum maupun korporasi besar seperti IBM, Google, Amazon, Microsoft, D-Wave dan Lockheed Martin di bidang komersial dan Laboratorium Nasional Los Alamos, Laboratorium Nasional Oak Ridge, Lawrence Livermore Laboratorium Nasional dan Pusat Penelitian Ames NASA di sektor publik. QUBO dinyatakan dengan masalah optimasi (Lewis, 2017)

$$\min | \max = x^t Q x \quad (2)$$

di mana x adalah vektor dari variabel keputusan dalam bentuk binari dan Q adalah matriks persegi dari bilangan konstanta.

2.3 Quantum Approximate Optimization Algorithm (QAOA)

QAOA merupakan salah satu algoritma kuantum dalam penyelesaian masalah kombinatorial dengan memberikan perkiraan/aproksimasi (Farhi, 2014)(Farhi, 2017). Algoritma ini bergantung pada bilangan bulat $p \geq 1$ dan kualitas aproksimasi meningkat seiring dengan peningkatan p . algoritma ini menggunakan rangkaian gerbang logika kuantum yang terdiri dari gerbang logika *unitary*. Biasanya penyelesaian masalah optimasi kombinatorial ditentukan oleh n bit dan m klausa dimana setiap klausa menjadi satu variabel kendala dalam subset dari bit yang dipenuhi atau tidak terpenuhi untuk penugasan tertentu (Willsch, 2020). Fungsi tujuan adalah jumlah klausa yang terpenuhi dan dapat didefinisikan pada n bit string (Medvidović, 2021) sebagai berikut

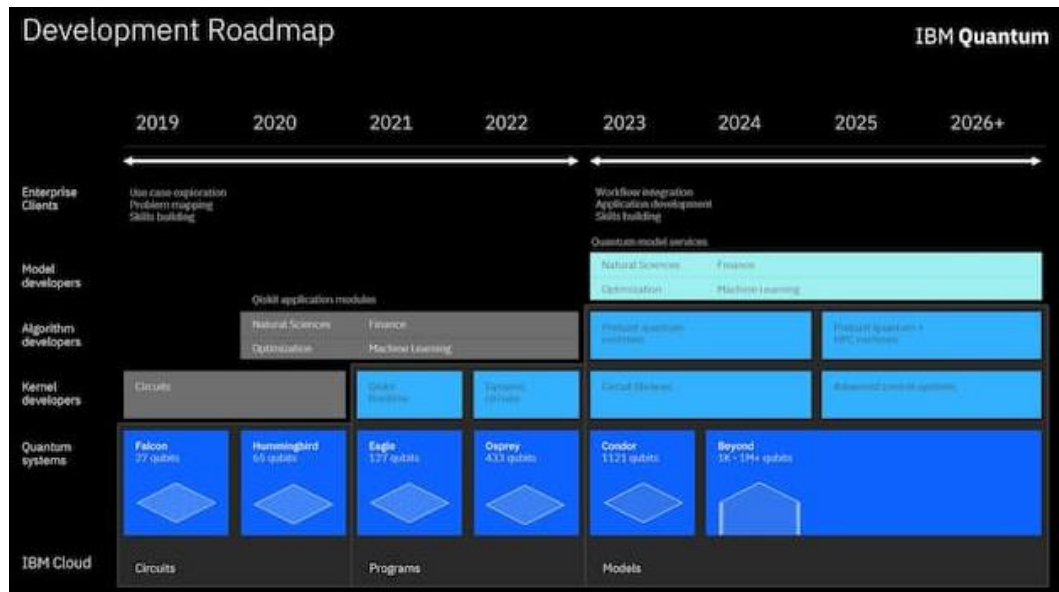
$$C(z) = \sum_{\alpha=1}^m C_{\alpha}(z) \quad (3)$$

dimana $z = z_1 z_2 \dots z_n$ adalah string bit dan $C_{\alpha}(z) = 1$ jika z memenuhi klausa dan 0 jika sebaliknya. Biasanya C_{α} hanya bergantung pada beberapa n bit.

2.4 IBM Quantum Computing

IBM Quantum Computing merupakan layanan komputasi kuantum yang disediakan oleh perusahaan IBM yang terdiri dari layanan akses ke sistem komputer kuantum, simulator

dan pemrograman kuantum dengan Qiskit. Berikut peta jalan IBM dalam pengembangan komputer kuantum



Gambar 1. Peta Jalan Teknologi Kuantum Oleh IBM

3. METODE PENELITIAN

3.1. Pengumpulan dataset

Dataset yang digunakan bersumber dari *UCI Machine Learning Repository* dengan nama dataset *Computer Hardware Dataset* yang digunakan untuk pengukuran kinerja dari *Central Processing Unit* (CPU) dengan struktur 208 baris dan 10 kolom dengan atribut kolom sebagai berikut :

- 1) vendor name : 30 (adviser, amdahl,apollo, basf, bti, burroughs, c.r.d, cambex, cdc, dec, dg, formation, four-phase, gould, honeywell, hp, ibm, ipl, magnuson, microdata, nas, ncr, nixdorf, perkin-elmer, prime, siemens, sperry, sratus, wang)
- 2) Model Name : many unique symbols
- 3) MYCT : machine cycle time (nanoseconds / integer)
- 4) MMIN : minimum main memory (kilobytes / integer)
- 5) MMAX : maximum main memory (kilobytes / integer)
- 6) CACH : cache memory (kilobytes / integer)
- 7) CHMIN : minimum channels (units / integer)
- 8) CHMAX : maximum channels (units / integer)
- 9) PRP : published relative performance (integer)
- 10) ERP : estimated relative performance from the original article (integer)

berikut ini beberapa sampel dari dataset yang ada

Tabel 1. Sampel Dataset Computer Hardware

No	Vendor	Model	MYCT	MMIN	MMAX	CACH	CHMIN	CHMAX	PRP	ERP
1	amdahl	470v/7	29	8000	32000	32	8	32	269	253
2	amdahl	470v/7a	29	8000	32000	32	8	32	220	253
3	amdahl	470v/7b	29	8000	32000	32	8	32	172	253
4	amdahl	470v/7c	29	8000	16000	32	8	16	132	132
5	amdahl	470v/b	26	8000	32000	64	8	32	318	290

3.2. Pembentukan Fungsi Kuadrat Dari Dataset

Pada tahapan ini dilakukan pembentukan fungsi tujuan non-linier dari dataset dimana variabel x_1 : MYCT, x_2 : MMIN, x_3 : MMAX, x_4 : CACH, x_5 : CHMIN dan x_6 : CHMAX sedangkan variabel y : PRP dengan bentuk fungsi tujuan setiap x_i ialah fungsi kuadrat

$$f(x_i) = a_i x_i^2 + b_i x_i + c_i \quad (4)$$

dimana $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ dengan demikian fungsi tujuan bersama yaitu

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4) + f(x_5) + f(x_6) \\ \Leftrightarrow &a_1 x_1^2 + b_1 x_1 + c_1 + a_2 x_2^2 + b_2 x_2 + c_2 + a_3 x_3^2 + b_3 x_3 + c_3 + a_4 x_4^2 + b_4 x_4 + c_4 \\ &+ a_5 x_5^2 + b_5 x_5 + c_5 + a_6 x_6^2 + b_6 x_6 + c_6 \end{aligned} \quad (5)$$

dengan variabel kendala tidak boleh lebih besar dari nilai maksimum pada setiap kolom x_1 : MYCT, x_2 : MMIN, x_3 : MMAX, x_4 : CACH, x_5 : CHMIN dan x_6 : CHMAX sehingga diperoleh fungsi kendala sebagai berikut

$$\begin{aligned} x_1 \leq 1500; x_2 \leq 3200; x_3 \leq 6400; x_4 \leq 256; x_5 \leq 52; x_6 \leq 176; \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

3.3. Implementasi semua model fungsi tujuan dan kendala yang telah dirancang dalam QUBO dan QAOA dengan menggunakan Qiskit *software development kit* (SDK) dengan satu sampel *screenshot* kode program.



```
[13]: konstanta = m_myct_prp[0] + m_mmin_prp[0] + m_mmax_prp[0] + m_cach_prp[0] + m_chmin_prp[0] + m_chmax_prp[0]

[14]: quadprog = QuadraticProgram(name="Relative CPU Performance Data")
quadprog.integer_var(name="X1", lowerbound=0, upperbound=1500)
quadprog.integer_var(name="X2", lowerbound=0, upperbound=3200)
quadprog.integer_var(name="X3", lowerbound=0, upperbound=6400)
quadprog.integer_var(name="X4", lowerbound=0, upperbound=256)
quadprog.integer_var(name="X5", lowerbound=0, upperbound=52)
quadprog.integer_var(name="X6", lowerbound=0, upperbound=176)
quadprog.maximize(
    linear={
        "X1": m_myct_prp[1], "X2": m_mmin_prp[1], "X3": m_mmax_prp[1], "X4": m_cach_prp[1], "X5": m_chmin_prp[1], "X6": m_chmax_prp[1],
    },
    quadratic={
        ("X1", "X1"): m_myct_prp[2], ("X2", "X2"): m_mmin_prp[2], ("X3", "X3"): m_mmax_prp[2], ("X4", "X4"): m_cach_prp[2],
        ("X5", "X5"): m_chmin_prp[2], ("X6", "X6"): m_chmax_prp[2],
    },
    constant=konstanta,
)

[16]: print(quadprog.export_as_lo_string())

\ This file has been generated by D0cplex
\ ENCODING=ISO-8859-1
\ Problem name: Relative CPU Performance Data
```

Gambar 2. Sampel Screenshoot kode program dengan Qiskit Pada IBM Quantum Lab

4. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1. Fungsi tujuan dan kendala dalam format D0cplex

```
\ This file has been generated by D0cplex
\ ENCODING=ISO-8859-1
\ Problem name: Relative CPU Performance Data

Maximize
obj: - 0.622867006959 X1 + 0.031635418219 X2 + 0.002544922562 X3
    + 4.350139735168 X4 + 28.890351818901 X5 + 3.378016316461 X6 + [
    0.000815359893 X1^2 + 0.000000153242 X2^2 + 0.000000384791 X3^2
    - 0.018315248075 X4^2 - 0.783609741714 X5^2 + 0.009983393174 X6^2 ]/2 +
278.240954488523
Subject To
```

```

Bounds
    X1 <= 1500
    X2 <= 3200
    X3 <= 64000
    X4 <= 256
    X5 <= 52
    X6 <= 176

```

```

Generals
    X1 X2 X3 X4 X5 X6
End

```

2. Fungsi tujuan dan kendala dari QUBO dalam format DOcplex dengan 62 qubit

```

\ This file has been generated by DOcplex
\ ENCODING=ISO-8859-1
\ Problem name: Relative CPU Performance Data

Minimize
obj: 0.622867006959 X1@0 + 1.245734013917 X1@1 + 2.491468027835 X1@2
+ 4.982936055669 X1@3 + 9.965872111338 X1@4 + 19.931744222676 X1@5
+ 39.863488445352 X1@6 + 79.726976890704 X1@7 + 159.453953781409 X1@8
+ 318.907907562817 X1@9 + 297.107562319265 X1@10 - 0.031635418219 X2@0
- 0.063270836438 X2@1 - 0.126541672876 X2@2 - 0.253083345752 X2@3
- 0.506166691503 X2@4 - 1.012333383007 X2@5 - 2.024666766014 X2@6
- 4.049333532028 X2@7 - 8.098667064056 X2@8 - 16.197334128112 X2@9
- 32.394668256224 X2@10 - 36.475637206471 X2@11 - 0.002544922562 X3@0
- 0.005089845124 X3@1 - 0.010179690248 X3@2 - 0.020359380496 X3@3
- 0.040718760992 X3@4 - 0.081437521985 X3@5 - 0.162875043970 X3@6
- 0.325750087939 X3@7 - 0.651500175879 X3@8 - 1.303000351757 X3@9
- 2.606000703514 X3@10 - 5.212001407028 X3@11 - 10.424002814057 X3@12
- 20.848005628113 X3@13 - 41.696011256226 X3@14 - 79.485566379743 X3@15
- 4.350139735168 X4@0 - 8.700279470335 X4@1 - 17.400558940671 X4@2
- 34.801117881341 X4@3 - 69.602235762682 X4@4 - 139.204471525365 X4@5
- 278.408943050730 X4@6 - 556.817886101460 X4@7 - 4.350139735168 X4@8
- 28.890351818901 X5@0 - 57.780703637803 X5@1 - 115.561407275606 X5@2
- 231.122814551211 X5@3 - 462.245629102422 X5@4 - 606.697388196929 X5@5
- 3.378016316461 X6@0 - 6.756032632921 X6@1 - 13.512065265842 X6@2
- 27.024130531685 X6@3 - 54.048261063370 X6@4 - 108.096522126739 X6@5
- 216.193044253479 X6@6 - 165.522799506570 X6@7 + [
- 0.000815359893 X1@0^2 - 0.003261439572 X1@0*X1@1
- 0.006522879144 X1@0*X1@2 - 0.013045758288 X1@0*X1@3
- 0.026091516575 X1@0*X1@4 - 0.052183033150 X1@0*X1@5
- 0.104366066300 X1@0*X1@6 - 0.208732132601 X1@0*X1@7
- 0.417464265202 X1@0*X1@8 - 0.834928530404 X1@0*X1@9
- 0.777853337896 X1@0*X1@10 - 0.003261439572 X1@1^2
- 0.013045758288 X1@1*X1@2 - 0.026091516575 X1@1*X1@3
- 0.052183033150 X1@1*X1@4 - 0.104366066300 X1@1*X1@5
- 0.208732132601 X1@1*X1@6 - 0.417464265202 X1@1*X1@7
- 0.834928530404 X1@1*X1@8 - 1.669857060808 X1@1*X1@9
- 1.555706675792 X1@1*X1@10 - 0.013045758288 X1@2^2
- 0.052183033150 X1@2*X1@3 - 0.104366066300 X1@2*X1@4
- 0.208732132601 X1@2*X1@5 - 0.417464265202 X1@2*X1@6
- 0.834928530404 X1@2*X1@7 - 1.669857060808 X1@2*X1@8
- 3.339714121615 X1@2*X1@9 - 3.111413351583 X1@2*X1@10
- 0.052183033150 X1@3^2 - 0.208732132601 X1@3*X1@4
- 0.417464265202 X1@3*X1@5 - 0.834928530404 X1@3*X1@6
- 1.669857060808 X1@3*X1@7 - 3.339714121615 X1@3*X1@8
- 6.679428243231 X1@3*X1@9 - 6.222826703166 X1@3*X1@10
- 0.208732132601 X1@4^2 - 0.834928530404 X1@4*X1@5
- 1.669857060808 X1@4*X1@6 - 3.339714121615 X1@4*X1@7
- 6.679428243231 X1@4*X1@8 - 13.358856486462 X1@4*X1@9
- 12.445653406332 X1@4*X1@10 - 0.834928530404 X1@5^2
- 3.339714121615 X1@5*X1@6 - 6.679428243231 X1@5*X1@7
- 13.358856486462 X1@5*X1@8 - 26.717712972923 X1@5*X1@9
- 24.891306812665 X1@5*X1@10 - 3.339714121615 X1@6^2
- 13.358856486462 X1@6*X1@7 - 26.717712972923 X1@6*X1@8
- 53.435425945847 X1@6*X1@9 - 49.782613625330 X1@6*X1@10
- 13.358856486462 X1@7^2 - 53.435425945847 X1@7*X1@8
- 106.870851891693 X1@7*X1@9 - 99.565227250659 X1@7*X1@10
- 53.435425945847 X1@8^2 - 213.741703783386 X1@8*X1@9
- 199.130454501319 X1@8*X1@10 - 213.741703783386 X1@9^2
- 398.260909002637 X1@9*X1@10 - 185.518021088143 X1@10^2
- 0.000000153242 X2@0^2 - 0.000000612966 X2@0*X2@1
- 0.000001225933 X2@0*X2@2 - 0.000002451865 X2@0*X2@3
- 0.000004903730 X2@0*X2@4 - 0.000009807460 X2@0*X2@5
- 0.000019614921 X2@0*X2@6 - 0.000039229841 X2@0*X2@7
- 0.000078459683 X2@0*X2@8 - 0.000156919365 X2@0*X2@9
- 0.000313838730 X2@0*X2@10 - 0.000353375055 X2@0*X2@11
- 0.000000612966 X2@1^2 - 0.000002451865 X2@1*X2@2
- 0.000004903730 X2@1*X2@3 - 0.000009807460 X2@1*X2@4

```

```

- 0.000019614921 X2@1*X2@5 - 0.000039229841 X2@1*X2@6
- 0.000078459683 X2@1*X2@7 - 0.000156919365 X2@1*X2@8
- 0.000313838730 X2@1*X2@9 - 0.000627677460 X2@1*X2@10
- 0.000706750109 X2@1*X2@11 - 0.000002451865 X2@2^2
- 0.000009807460 X2@2*X2@3 - 0.000019614921 X2@2*X2@4
- 0.000039229841 X2@2*X2@5 - 0.000078459683 X2@2*X2@6
- 0.000156919365 X2@2*X2@7 - 0.000313838730 X2@2*X2@8
- 0.000627677460 X2@2*X2@9 - 0.001255354921 X2@2*X2@10
- 0.001413500219 X2@2*X2@11 - 0.000009807460 X2@3^2
- 0.000039229841 X2@3*X2@4 - 0.000078459683 X2@3*X2@5
- 0.000156919365 X2@3*X2@6 - 0.000313838730 X2@3*X2@7
- 0.000627677460 X2@3*X2@8 - 0.001255354921 X2@3*X2@9
- 0.002510709842 X2@3*X2@10 - 0.002827000437 X2@3*X2@11
- 0.000039229841 X2@4^2 - 0.000156919365 X2@4*X2@5
- 0.000313838730 X2@4*X2@6 - 0.000627677460 X2@4*X2@7
- 0.001255354921 X2@4*X2@8 - 0.002510709842 X2@4*X2@9
- 0.005021419684 X2@4*X2@10 - 0.005654000875 X2@4*X2@11
- 0.000156919365 X2@5^2 - 0.000627677460 X2@5*X2@6
- 0.001255354921 X2@5*X2@7 - 0.002510709842 X2@5*X2@8
- 0.005021419684 X2@5*X2@9 - 0.010042839368 X2@5*X2@10
- 0.011308001749 X2@5*X2@11 - 0.000627677460 X2@6^2
- 0.002510709842 X2@6*X2@7 - 0.005021419684 X2@6*X2@8
- 0.010042839368 X2@6*X2@9 - 0.020085678736 X2@6*X2@10
- 0.022616003498 X2@6*X2@11 - 0.002510709842 X2@7^2
- 0.010042839368 X2@7*X2@8 - 0.020085678736 X2@7*X2@9
- 0.040171357471 X2@7*X2@10 - 0.045232006997 X2@7*X2@11
- 0.010042839368 X2@8^2 - 0.040171357471 X2@8*X2@9
- 0.080342714943 X2@8*X2@10 - 0.090464013993 X2@8*X2@11
- 0.040171357471 X2@9^2 - 0.160685429885 X2@9*X2@10
- 0.180928027986 X2@9*X2@11 - 0.160685429885 X2@10^2
- 0.361856055973 X2@10*X2@11 - 0.203720719012 X2@11^2
- 0.000000384791 X3@0^2 - 0.000001539163 X3@0*X3@1
- 0.000003078326 X3@0*X3@2 - 0.000006156652 X3@0*X3@3
- 0.000012313303 X3@0*X3@4 - 0.000024626606 X3@0*X3@5
- 0.000049253213 X3@0*X3@6 - 0.000098506425 X3@0*X3@7
- 0.000197012851 X3@0*X3@8 - 0.000394025701 X3@0*X3@9
- 0.000788051402 X3@0*X3@10 - 0.001576102804 X3@0*X3@11
- 0.003152205608 X3@0*X3@12 - 0.006304411216 X3@0*X3@13
- 0.012608822432 X3@0*X3@14 - 0.024036337343 X3@0*X3@15
- 0.000001539163 X3@1^2 - 0.000006156652 X3@1*X3@2
- 0.000012313303 X3@1*X3@3 - 0.000024626606 X3@1*X3@4
- 0.000049253213 X3@1*X3@5 - 0.000098506425 X3@1*X3@6
- 0.000197012851 X3@1*X3@7 - 0.000394025701 X3@1*X3@8
- 0.000788051402 X3@1*X3@9 - 0.001576102804 X3@1*X3@10
- 0.003152205608 X3@1*X3@11 - 0.006304411216 X3@1*X3@12
- 0.012608822432 X3@1*X3@13 - 0.025217644865 X3@1*X3@14
- 0.048072674686 X3@1*X3@15 - 0.000006156652 X3@2^2
- 0.000024626606 X3@2*X3@3 - 0.000049253213 X3@2*X3@4
- 0.000098506425 X3@2*X3@5 - 0.000197012851 X3@2*X3@6
- 0.000394025701 X3@2*X3@7 - 0.000788051402 X3@2*X3@8
- 0.001576102804 X3@2*X3@9 - 0.003152205608 X3@2*X3@10
- 0.006304411216 X3@2*X3@11 - 0.012608822432 X3@2*X3@12
- 0.025217644865 X3@2*X3@13 - 0.050435289729 X3@2*X3@14
- 0.096145349372 X3@2*X3@15 - 0.000024626606 X3@3^2
- 0.000098506425 X3@3*X3@4 - 0.000197012851 X3@3*X3@5
- 0.000394025701 X3@3*X3@6 - 0.000788051402 X3@3*X3@7
- 0.001576102804 X3@3*X3@8 - 0.003152205608 X3@3*X3@9
- 0.006304411216 X3@3*X3@10 - 0.012608822432 X3@3*X3@11
- 0.025217644865 X3@3*X3@12 - 0.050435289729 X3@3*X3@13
- 0.100870579458 X3@3*X3@14 - 0.192290698743 X3@3*X3@15
- 0.000098506425 X3@4^2 - 0.000394025701 X3@4*X3@5
- 0.000788051402 X3@4*X3@6 - 0.001576102804 X3@4*X3@7
- 0.003152205608 X3@4*X3@8 - 0.006304411216 X3@4*X3@9
- 0.012608822432 X3@4*X3@10 - 0.025217644865 X3@4*X3@11
- 0.050435289729 X3@4*X3@12 - 0.100870579458 X3@4*X3@13
- 0.201741158916 X3@4*X3@14 - 0.384581397487 X3@4*X3@15
- 0.000394025701 X3@5^2 - 0.001576102804 X3@5*X3@6
- 0.003152205608 X3@5*X3@7 - 0.006304411216 X3@5*X3@8
- 0.012608822432 X3@5*X3@9 - 0.025217644865 X3@5*X3@10
- 0.050435289729 X3@5*X3@11 - 0.100870579458 X3@5*X3@12
- 0.201741158916 X3@5*X3@13 - 0.403482317832 X3@5*X3@14
- 0.769162794974 X3@5*X3@15 - 0.001576102804 X3@6^2
- 0.006304411216 X3@6*X3@7 - 0.012608822432 X3@6*X3@8
- 0.025217644865 X3@6*X3@9 - 0.050435289729 X3@6*X3@10
- 0.100870579458 X3@6*X3@11 - 0.201741158916 X3@6*X3@12
- 0.403482317832 X3@6*X3@13 - 0.806964635664 X3@6*X3@14
- 1.538325589948 X3@6*X3@15 - 0.006304411216 X3@7^2
- 0.025217644865 X3@7*X3@8 - 0.050435289729 X3@7*X3@9
- 0.100870579458 X3@7*X3@10 - 0.201741158916 X3@7*X3@11
- 0.403482317832 X3@7*X3@12 - 0.806964635664 X3@7*X3@13
- 1.613929271328 X3@7*X3@14 - 3.076651179895 X3@7*X3@15
- 0.025217644865 X3@8^2 - 0.100870579458 X3@8*X3@9
- 0.201741158916 X3@8*X3@10 - 0.403482317832 X3@8*X3@11
- 0.806964635664 X3@8*X3@12 - 1.613929271328 X3@8*X3@13
- 3.227858542657 X3@8*X3@14 - 6.153302359790 X3@8*X3@15
- 0.100870579458 X3@9^2 - 0.403482317832 X3@9*X3@10

```

- 0.806964635664 X3@9*X3@11 - 1.613929271328 X3@9*X3@12
- 3.227858542657 X3@9*X3@13 - 6.455717085314 X3@9*X3@14
- 12.306604719580 X3@9*X3@15 - 0.403482317832 X3@10^2
- 1.613929271328 X3@10*X3@11 - 3.227858542657 X3@10*X3@12
- 6.455717085314 X3@10*X3@13 - 12.911434170627 X3@10*X3@14
- 24.613209439160 X3@10*X3@15 - 1.613929271328 X3@11^2
- 6.455717085314 X3@11*X3@12 - 12.911434170627 X3@11*X3@13
- 25.822868341255 X3@11*X3@14 - 49.226418878321 X3@11*X3@15
- 6.455717085314 X3@12^2 - 25.822868341255 X3@12*X3@13
- 51.645736682509 X3@12*X3@14 - 98.452837756641 X3@12*X3@15
- 25.822868341255 X3@13^2 - 103.291473365018 X3@13*X3@14
- 196.905675513282 X3@13*X3@15 - 103.291473365018 X3@14^2
- 393.811351026565 X3@14*X3@15 - 375.363462115866 X3@15^2
+ 0.018315248075 X4@0^2 + 0.073260992299 X4@0*X4@1
+ 0.146521984598 X4@0*X4@2 + 0.293043969195 X4@0*X4@3
+ 0.586087938390 X4@0*X4@4 + 1.172175876780 X4@0*X4@5
+ 2.344351753560 X4@0*X4@6 + 4.688703507120 X4@0*X4@7
+ 0.036630496149 X4@0*X4@8 + 0.073260992299 X4@1^2
+ 0.293043969195 X4@1*X4@2 + 0.586087938390 X4@1*X4@3
+ 1.172175876780 X4@1*X4@4 + 2.344351753560 X4@1*X4@5
+ 4.688703507120 X4@1*X4@6 + 9.377407014240 X4@1*X4@7
+ 0.073260992299 X4@1*X4@8 + 0.293043969195 X4@2^2
+ 1.172175876780 X4@2*X4@3 + 2.344351753560 X4@2*X4@4
+ 4.688703507120 X4@2*X4@5 + 9.377407014240 X4@2*X4@6
+ 18.754814028480 X4@2*X4@7 + 0.146521984598 X4@2*X4@8
+ 1.172175876780 X4@3^2 + 4.688703507120 X4@3*X4@4
+ 9.377407014240 X4@3*X4@5 + 18.754814028480 X4@3*X4@6
+ 37.509628056960 X4@3*X4@7 + 0.293043969195 X4@3*X4@8
+ 4.688703507120 X4@4^2 + 18.754814028480 X4@4*X4@5
+ 37.509628056960 X4@4*X4@6 + 75.019256113920 X4@4*X4@7
+ 0.586087938390 X4@4*X4@8 + 18.754814028480 X4@5^2
+ 75.019256113920 X4@5*X4@6 + 150.038512227841 X4@5*X4@7
+ 1.172175876780 X4@5*X4@8 + 75.019256113920 X4@6^2
+ 300.077024455681 X4@6*X4@7 + 2.344351753560 X4@6*X4@8
+ 300.077024455681 X4@7^2 + 4.688703507120 X4@7*X4@8
+ 0.018315248075 X4@8^2 + 0.783609741714 X5@0^2 + 3.134438966857 X5@0*X5@1
+ 6.268877933715 X5@0*X5@2 + 12.537755867429 X5@0*X5@3
+ 25.075511734858 X5@0*X5@4 + 32.911609152001 X5@0*X5@5
+ 3.134438966857 X5@1^2 + 12.537755867429 X5@1*X5@2
+ 25.075511734858 X5@1*X5@3 + 50.151023469716 X5@1*X5@4
+ 65.823218304002 X5@1*X5@5 + 12.537755867429 X5@2^2
+ 50.151023469716 X5@2*X5@3 + 100.302046939432 X5@2*X5@4
+ 131.646436608005 X5@2*X5@5 + 50.151023469716 X5@3^2
+ 200.604093878865 X5@3*X5@4 + 263.292873216010 X5@3*X5@5
+ 200.604093878865 X5@4^2 + 526.585746432020 X5@4*X5@5
+ 345.571896096013 X5@5^2 - 0.009983393174 X6@0^2
- 0.039933572697 X6@0*X6@1 - 0.079867145394 X6@0*X6@2
- 0.159734290788 X6@0*X6@3 - 0.319468581576 X6@0*X6@4
- 0.638937163152 X6@0*X6@5 - 1.277874326304 X6@0*X6@6
- 0.978372531076 X6@0*X6@7 - 0.039933572697 X6@1^2
- 0.159734290788 X6@1*X6@2 - 0.319468581576 X6@1*X6@3
- 0.638937163152 X6@1*X6@4 - 1.277874326304 X6@1*X6@5
- 2.555748652607 X6@1*X6@6 - 1.956745062152 X6@1*X6@7
- 0.159734290788 X6@2^2 - 0.638937163152 X6@2*X6@3
- 1.277874326304 X6@2*X6@4 - 2.555748652607 X6@2*X6@5
- 5.111497305214 X6@2*X6@6 - 3.913490124305 X6@2*X6@7
- 0.638937163152 X6@3^2 - 2.555748652607 X6@3*X6@4
- 5.111497305214 X6@3*X6@5 - 10.222994610429 X6@3*X6@6
- 7.826980248610 X6@3*X6@7 - 2.555748652607 X6@4^2
- 10.222994610429 X6@4*X6@5 - 20.445989220858 X6@4*X6@6
- 15.653960497219 X6@4*X6@7 - 10.222994610429 X6@5^2
- 40.891978441715 X6@5*X6@6 - 31.307920994438 X6@5*X6@7
- 40.891978441715 X6@6^2 - 62.615841988876 X6@6*X6@7
- 23.970127011367 X6@7^2 1/2 -278.240954488523

Subject To

Bounds

0 <= X1@0 <= 1
0 <= X1@1 <= 1
0 <= X1@2 <= 1
0 <= X1@3 <= 1
0 <= X1@4 <= 1
0 <= X1@5 <= 1
0 <= X1@6 <= 1
0 <= X1@7 <= 1
0 <= X1@8 <= 1
0 <= X1@9 <= 1
0 <= X1@10 <= 1
0 <= X2@0 <= 1
0 <= X2@1 <= 1
0 <= X2@2 <= 1
0 <= X2@3 <= 1
0 <= X2@4 <= 1
0 <= X2@5 <= 1
0 <= X2@6 <= 1
0 <= X2@7 <= 1
0 <= X2@8 <= 1

```

0 <= X2@9 <= 1
0 <= X2@10 <= 1
0 <= X2@11 <= 1
0 <= X3@0 <= 1
0 <= X3@1 <= 1
0 <= X3@2 <= 1
0 <= X3@3 <= 1
0 <= X3@4 <= 1
0 <= X3@5 <= 1
0 <= X3@6 <= 1
0 <= X3@7 <= 1
0 <= X3@8 <= 1
0 <= X3@9 <= 1
0 <= X3@10 <= 1
0 <= X3@11 <= 1
0 <= X3@12 <= 1
0 <= X3@13 <= 1
0 <= X3@14 <= 1
0 <= X3@15 <= 1
0 <= X4@0 <= 1
0 <= X4@1 <= 1
0 <= X4@2 <= 1
0 <= X4@3 <= 1
0 <= X4@4 <= 1
0 <= X4@5 <= 1
0 <= X4@6 <= 1
0 <= X4@7 <= 1
0 <= X4@8 <= 1
0 <= X5@0 <= 1
0 <= X5@1 <= 1
0 <= X5@2 <= 1
0 <= X5@3 <= 1
0 <= X5@4 <= 1
0 <= X5@5 <= 1
0 <= X6@0 <= 1
0 <= X6@1 <= 1
0 <= X6@2 <= 1
0 <= X6@3 <= 1
0 <= X6@4 <= 1
0 <= X6@5 <= 1
0 <= X6@6 <= 1
0 <= X6@7 <= 1

Binaries
X1@0 X1@1 X1@2 X1@3 X1@4 X1@5 X1@6 X1@7 X1@8 X1@9 X1@10 X2@0 X2@1 X2@2 X2@3
X2@4 X2@5 X2@6 X2@7 X2@8 X2@9 X2@10 X2@11 X3@0 X3@1 X3@2 X3@3 X3@4 X3@5 X3@6
X3@7 X3@8 X3@9 X3@10 X3@11 X3@12 X3@13 X3@14 X3@15 X4@0 X4@1 X4@2 X4@3 X4@4
X4@5 X4@6 X4@7 X4@8 X5@0 X5@1 X5@2 X5@3 X5@4 X5@5 X6@0 X6@1 X6@2 X6@3 X6@4 X6@5
X6@6 X6@7
End

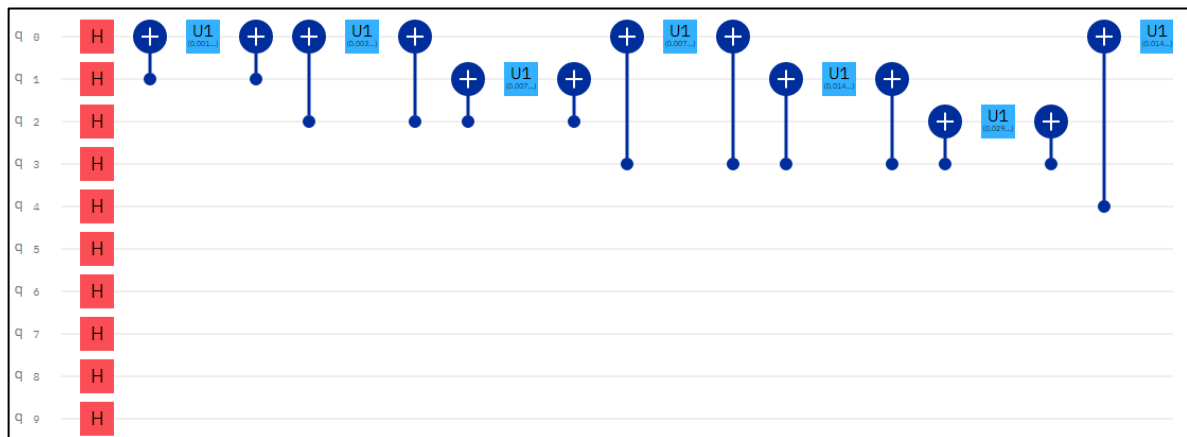
```

3. Hasil dari implementasi QAOA dengan 3 kali evaluasi menggunakan IBM quantum simulator_mps dengan arsitektur 100 qubit

Tabel 2. Hasil Dari Implementasi QAOA

No	Keterangan	Hasil
1	Nilai maksimum	2.769,13
2	Nilai machine cycle time	13 Nano Seconds
3	Nilai minimum main memory	1.270 Kilobytes
4	Nilai maximum main memory	63.637 Kilobytes
5	Nilai cache memory	154 Kilobytes
6	Nilai minimum channels	29 Units
7	Nilai maximum channels	137 Units

4. Potongan sebagian gambar kuantum sirkuit 10 qubit dari 62 qubit dengan IBM quantum simulator_mps dengan arsitektur 100 qubit



Gambar 3. Potongan Gambar Kuantum Sirkuit 21 qubit Dari 62 qubit

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa hasil perancangan fungsi tujuan dan kendala dalam pemecahan masalah optimasi pada *quadratic programming* terdapat pada bab 4 point 1 dan transformasi fungsi tujuan dan kendala kedalam bentuk 62 qubit dengan metode QUBO juga dapat dirancang dengan baik serta dapat dilihat pada bab 4 point 2. Selain itu nilai maksimum yang diperoleh dari QAOA dengan 3 kali evaluasi sebesar 2.769,13 dengan nilai *machine cycle time* : 13 nano seconds, nilai *minimum main memory* : 1.270 kilo bytes, nilai *maximum main memory* : 63.637 kilo bytes, nilai *cache memory* : 154 kilo bytes, nilai *minimum channels* : 29 units dan nilai *maximum channels* : 137 units.

Saran dari penelitian ini yaitu perancangan fungsi tujuan dapat dikembangkan lagi kedalam bentuk fungsi non-linier lainnya namun pengembangan ini dapat mempengaruhi jumlah qubit yang dihasilkan dari QUBO dan juga mempengaruhi jumlah evaluasi yang dihasilkan dari QAOA. Sehingga memberikan asumsi bahwa nilai maksimum bisa saja lebih baik dari penelitian ini atau sebaliknya.

DAFTAR PUSTAKA

- Adiwiguna, I. G. W., Gandhiadi, G. K., & Asih, N. M. Perbandingan Metode Separable Programming Dan Quadratic Programming Dalam Pemecahan Masalah Pemrograman Nonlinier. E-Jurnal Matematika Vol. 8(4), November 2019, pp.277-284. <https://doi.org/10.24843/MTK.2019.v08.i04.p265>
- Akrobotu, P. D., James, T. E., Negre, C. F., & Mniszewski, S. M. (2021). A QUBO Formulation for Eigencentality. arXiv preprint arXiv:2105.00172.
- Behera, B. K., & Panigrahi, P. K. (2020). Solving vehicle routing problem using quantum approximate optimization algorithm. arXiv preprint arXiv:2002.01351.
- Crooks, G. E. (2018). Performance of the quantum approximate optimization algorithm on the maximum cut problem. arXiv preprint arXiv:1811.08419.
- Dalzell, A. M., Harrow, A. W., Koh, D. E., & La Placa, R. L. (2020). How many qubits are needed for quantum computational supremacy?. Quantum, 4, 264.
- Date, P., Arthur, D., & Pusey-Nazzaro, L. (2021). QUBO formulations for training machine learning models. Scientific Reports, 11(1), 1-10.
- Farhi, E., Goldstone, J., & Gutmann, S. (2014). A quantum approximate optimization algorithm. arXiv preprint arXiv:1411.4028.
- Farhi, E., Goldstone, J., Gutmann, S., & Neven, H. (2017). Quantum algorithms for fixed qubit architectures. arXiv preprint arXiv:1703.06199.

- Glover, F., Kochenberger, G., & Du, Y. (2019). Quantum Bridge Analytics I: a tutorial on formulating and using QUBO models. *4OR*, 17(4), 335-371.
- Insani, S. N., Sari, E. R. Optimasi Tanaman Pangan Di Kota Magelang Dengan Pemrograman Kuadratik Dan Metode Fungsi Penalti Eksterior. *Jurnal Matematika Vol 6 No 2 Tahun 2017*.
- Lewis, M., & Glover, F. (2017). Quadratic unconstrained binary optimization problem preprocessing: Theory and empirical analysis. *Networks*, 70(2), 79-97.
- Medvidović, M., & Carleo, G. (2021). Classical variational simulation of the Quantum Approximate Optimization Algorithm. *npj Quantum Information*, 7(1), 1-7.
- Safari, E., & Sari, D. P. (2020). Optimasi Produksi Tanaman Padi dan Jagung di Kabupaten Pesisir Selatan Menggunakan Metode Fungsi Penalti Eksterior. *UNP Journal of Mathematics*, 3(3).
- Silva, F. F., Carvalho, P., Ferreira, L. A., & Omar, Y. (2021). A QUBO Formulation for Minimum Loss Spanning Tree Reconfiguration Problems in Electric Power Networks. *arXiv preprint arXiv:2109.09659*.
- Willsch, M., Willsch, D., Jin, F., De Raedt, H., & Michielsen, K. (2020). Benchmarking the quantum approximate optimization algorithm. *Quantum Information Processing*, 19, 1-24.
- Zhou, L., Wang, S. T., Choi, S., Pichler, H., & Lukin, M. D. (2020). Quantum approximate optimization algorithm: Performance, mechanism, and implementation on near-term devices. *Physical Review X*, 10(2), 021067.